

В механике сплошной среды изучают движение различных деформируемых тел под действием различных усилий. Приложение усилия к деформируемому телу вызывает в нем напряжения и деформации. Эти величины и изучаются в механике сплошной среды. Так как практически все задачи, возникающие в биомеханике, сложны с точки зрения геометрии и физики, то их решают не аналитически, а численно. В частности, широкое распространение получил метод конечных элементов. Все процессы описываются некоторыми уравнениями относительно неизвестных величин. Течение крови – уравнения Навье-Стокса относительно скорости и давления крови. Движение и деформации стенки – уравнения Навье-Ламе относительно перемещений. Далее по найденным перемещениям определяют деформации, а затем напряжения.

Часто считают стенки артерии идеально-упругими, то есть такими, которые после снятия нагрузки возвращаются к своему первоначальному состоянию до приложения внешних сил. Такие тела подчиняются закону Гука, который постулирует линейную зависимость между напряжениями и деформациями. Для изотропного тела (у которого во всех направлениях механические свойства одинаковые) идеально-упругий материал характеризуется двумя константами (характеристиками или модулями): модуль Юнга (отвечает за жесткость, способность материала сопротивляться приложению сил) и коэффициент Пуассона (отвечает за сжимаемость материала). Коэффициент Пуассона для артерий принято брать 0.4 или даже 0.49 (он не может быть больше 0.5), так как артерии считают несжимаемыми. Модуль Юнга очень сильно разнится для разных артерий, людей и т.п. Обычно это около  $10^4 - 10^7$  Па, он имеет такую же размерность, что и напряжения.

Кровь считают обычно однородной, вязкой и несжимаемой жидкостью, которая подчиняется реологическому закону Ньютона. Вязкость принимают равной 0.004 Па·с, а плотность порядка  $1050 \text{ кг/м}^3$ .

Когда решают задачи о течении крови по сосудам, то решают несколько систем связанных уравнений. Это, во-первых, уравнения движения крови (Навье-Стокса), а, во-вторых, уравнения движения (деформирования) стенки (например, Навье-Ламе или другие). Кровь действует на стенку давлением и силами вязкости, деформирует ее. В стенке возникают деформации и напряжения, стенка перемещается и искривляется. Далее на следующем временном шаге кровь уже течет в других границах, так как стенка искривлена. И так происходит на каждом шаге.

В данном уроке рассмотрено решение связанной задачи теории упругости и гидродинамики (FSI - Fluid-Solid interaction или Fluid-Structure interaction). Такая постановка предполагает решение уравнений движения стенки сосуда в связке с уравнения гидродинамики. При этом на интерфейсе между жидкой (кровь) и упругой (стенка) средой ставятся граничные условия, связывающие течение крови и деформирование стенки сосуда. Эти условия позволяют передавать со стороны крови на стенку усилия (давление крови и силы вязкого трения), а со стороны стенки на кровь – перемещения. Таким образом, на каждом временном шаге рассчитывается течение крови и усилия, с которыми кровь действует на стенку. Далее на этом же шаге производится расчет напряженно-деформированного состояния сосудистой стенки. На следующем временном шаге течение крови рассчитывается в новых границах с учетом перемещений стенки.

При моделировании на входе в общую сонную артерию задавали линейную скорость потока крови, зависящую от времени. График скорости был получен на основе данных УЗИ конкретного пациента.

Анализировались касательные напряжения на стенке, эффективные (напряжения по Мизесу) напряжения в стенке, линии тока течения крови и объемные кровотоки на выходных из внутренней и наружной сонной артерии.

